



## Theoretische Informatik und Logik

### 11. Übungsblatt

Sommersemester 2017

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

#### Aufgabe VI

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Zwei prädikatenlogische Formeln  $F$  und  $G$  sind äquivalent, wenn die Formel  $F \leftrightarrow G$  allgemeingültig ist.
- Jede erfüllbare Formel der Prädikatenlogik erster Stufe hat ein endliches Modell.
- Jede erfüllbare Formel der Prädikatenlogik erster Stufe hat ein abzählbares Modell.
- Jede Skolemformel hat höchstens eine Herbrand-Interpretation.
- Jede Skolemformel hat mindestens ein Herbrand-Modell.

#### Aufgabe VII

Zeigen Sie, dass man das Resolutionsverfahren der Prädikatenlogik erster Stufe auch zum Nachweis von semantischen Konsequenzen nutzen kann, indem Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen nachweisen:

- $\Gamma \models F$ .
- $\Gamma \cup \{\neg F\}$  ist unerfüllbar.
- $\bigwedge \Gamma \rightarrow F$  ist allgemeingültig.
- $\bigwedge \Gamma \wedge \neg F$  ist unerfüllbar.

Hierbei sei  $\bigwedge \Gamma = \gamma_1 \wedge \dots \wedge \gamma_n$  für  $\Gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}$ .

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie jeweils einen allgemeinsten Unifikator der folgenden Gleichungsmengen, oder begründen Sie, warum kein allgemeinsten Unifikator existiert. Verwenden Sie hierfür den Algorithmus aus der Vorlesung. Dabei sind  $x, y$  Variablen und  $a, b$  Konstanten.

- a)  $\{ f(x) \doteq g(x, y), y \doteq f(a) \}$
- b)  $\{ f(g(x, y)) \doteq f(g(a, h(b))) \}$
- c)  $\{ f(x, y) \doteq x, y \doteq g(x) \}$
- d)  $\{ f(g(x), y) \doteq f(g(x), a), g(x) \doteq g(h(a)) \}$

### Aufgabe 2

Zeigen Sie mittels prädikatenlogischer Resolution folgende Aussagen:

- a) Die Aussage „Der Professor ist glücklich, wenn alle seine Studenten Logik mögen“ hat als Folgerung „Der Professor ist glücklich, wenn er keine Studenten hat“.
- b) Die Formulierung des Barbier-Paradoxons aus Aufgabe 4 von Blatt 9 ist unerfüllbar.
- c) In Aufgabe V folgt die letzte Aussage aus den ersten drei. (Zur Vereinfachung darf hier angenommen werden, dass alle Individuen Drachen sind.)