



Theoretische Informatik und Logik

Repetitorium I

Sommersemester 2017

Aufgabe A

Wiederholen Sie die Begriffe *Einband Turing-Maschine*, *Mehrband Turing-Maschine*, *Entscheidungsproblem*, *Unentscheidbarkeit*, *Aufzählbarkeit*, *Abzählbarkeit* und *Halteproblem*.

Aufgabe B

Zeigen Sie: Wenn es möglich ist, für zwei beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie dieselbe Sprache akzeptieren, so ist es auch möglich, für beliebige Turing-Maschinen zu entscheiden, ob sie die leere Sprache akzeptieren.

Aufgabe C

Zeigen Sie, dass $\{1\}^*$ unentscheidbare Teilmengen besitzt.

Aufgabe D

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Jedes LOOP-Programm terminiert.
- Zu jedem WHILE-Programm gibt es ein äquivalentes LOOP-Programm.
- Die Anzahl der Ausführungen von P in der LOOP-Schleife

LOOP x_i DO P END

kann beeinflusst werden, indem x_i in P entsprechend modifiziert wird.

- Die Ackermannfunktion ist total und damit LOOP-berechenbar.

Aufgabe E

Geben Sie eine Turing-Maschine $\mathcal{A}_{\text{mod}2}$ an, die die Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x) = (x \bmod 2)$ berechnet. Stellen Sie dabei die Zahlen in unärer Kodierung dar.

Aufgabe F

Es sei $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $f(x) = \lfloor \log_{10}(x) \rfloor$. Geben Sie ein WHILE-Programm an, welches f berechnet.

Aufgabe G

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) Die Menge der Instanzen des Postschen Korrespondenzproblems, welche eine Lösung haben, ist semi-entscheidbar.
- b) Das Postsche Korrespondenzproblem ist bereits über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ nicht entscheidbar.
- c) Es ist entscheidbar, ob eine Turingmaschine nur Wörter akzeptiert, die Palindrome sind. (Ein Palindrom ist ein Wort $w = a_1 \dots a_n$ mit $a_1 \dots a_n = a_n \dots a_1$.)
- d) \mathbf{P}_{halt} ist semi-entscheidbar.
- e) Es ist nicht entscheidbar, ob die von einer deterministischen Turing-Maschine berechnete Funktion total ist.
- f) Es gibt reguläre Sprachen, die nicht semi-entscheidbar sind.

Aufgabe H

Sei \mathbf{L} eine unentscheidbare Sprache. Zeigen Sie:

- a) \mathbf{L} hat eine Teilmenge $\mathbf{T} \subseteq \mathbf{L}$, die entscheidbar ist.
- b) \mathbf{L} hat eine Obermenge $\mathbf{O} \supseteq \mathbf{L}$, die entscheidbar ist.
- c) Es gibt jeweils nicht nur eine sondern unendlich viele entscheidbare Teilmengen bzw. Obermengen wie in (a) und (b).