



## Theoretische Informatik und Logik

### 4. Übungsblatt

Sommersemester 2017

Die folgende Aufgabe wird nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

#### Aufgabe G

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- Die Menge der Instanzen des Postschen Korrespondenzproblems, welche eine Lösung haben, ist semi-entscheidbar.
- Das Postsche Korrespondenzproblem ist bereits über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$  nicht entscheidbar.
- Es ist entscheidbar, ob eine Turingmaschine nur Wörter akzeptiert, die Palindrome sind. (Ein Palindrom ist ein Wort  $w = a_1 \dots a_n$  mit  $a_1 \dots a_n = a_n \dots a_1$ .)
- $P_{\text{halt}}$  ist semi-entscheidbar.
- Es ist nicht entscheidbar, ob die von einer deterministischen Turing-Maschine berechnete Funktion total ist.
- Es gibt reguläre Sprachen, die nicht semi-entscheidbar sind.

#### Aufgabe 1

Besitzen folgende Instanzen  $P_i$  des Postschen Korrespondenzproblems Lösungen oder nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$\text{a) } P_1 = \begin{bmatrix} a \\ aaa \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} abaaa \\ ab \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ab \\ b \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } P_2 = \begin{bmatrix} ab \\ aba \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} baa \\ aa \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} aba \\ baa \end{bmatrix}$$

$$\text{c) } P_3 = \begin{bmatrix} bba \\ b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ba \\ baa \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ba \\ aba \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} ab \\ bba \end{bmatrix}$$

(Für einige Teilaufgaben ist die Verwendung eines Computers sinnvoll.)

#### Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass das Postsche Korrespondenzproblem über einem einelementigen Alphabet entscheidbar ist.

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass folgendes Problem unentscheidbar ist: gegeben eine Turing-Maschine  $M$  und ein  $k \in \mathbb{N}$ , kann die Sprache  $L(M)$  durch eine Turing-Maschine mit höchstens  $k$  Zuständen erkannt werden?

Zeigen Sie dazu, dass für  $k = 1$  die Menge

$$T_k := \{\text{enc}(\mathcal{M}) \mid L(\mathcal{M}) \text{ wird von einer TM mit höchstens } k \text{ Zuständen erkannt}\}$$

nicht entscheidbar ist. Warum zeigt dies die ursprüngliche Behauptung?

### Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass weder das Äquivalenzproblem  $\mathbf{P}_{\text{äquiv}}$  für Turing-Maschinen noch dessen Komplement  $\bar{\mathbf{P}}_{\text{äquiv}}$  semi-entscheidbar ist, wobei

$$\mathbf{P}_{\text{äquiv}} := \{\text{enc}(\mathcal{M}_1)\#\#\text{enc}(\mathcal{M}_2) \mid L(\mathcal{M}_1) = L(\mathcal{M}_2)\},$$

$$\bar{\mathbf{P}}_{\text{äquiv}} := \{\text{enc}(\mathcal{M}_1)\#\#\text{enc}(\mathcal{M}_2) \mid L(\mathcal{M}_1) \neq L(\mathcal{M}_2)\}.$$

Zeigen Sie dazu, dass  $\mathbf{P}_{\text{halt}} \leq_m \mathbf{P}_{\text{äquiv}}$  und  $\mathbf{P}_{\text{halt}} \leq_m \bar{\mathbf{P}}_{\text{äquiv}}$  gilt. Weshalb zeigt dies die Aussage?