TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Fakultät Informatik Institut für Theoretische Informatik, Lehrstuhl für Automatentheorie

Theoretische Informatik und Logik

5. Übungsblatt

Sommersemester 2017

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe H

Sei **L** eine unentscheidbare Sprache. Zeigen Sie:

a) **L** hat eine Teilmenge **T** $\subseteq$ **L**, die entscheidbar ist.

b) **L** hat eine Obermenge **O** $\supseteq$ **L**, die entscheidbar ist.

c) Es gibt jeweils nicht nur eine sondern unendlich viele entscheidbare Teilmengen bzw. Obermengen wie in (a) und (b).

Aufgabe α

a) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Probleme, die in P liegen.

b) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Probleme, die in NP liegen.

c) Beschreiben Sie mit eigenen Worten die Probleme, die in PSpace liegen.

d) Erläutern Sie, warum $\mathrm{P} \subseteq \mathrm{NP} \subseteq \mathrm{PSpace}$ gilt.

e) Beschreiben Sie für $\mathcal{C} = \mathrm{NP}$ und $\mathcal{C} = \mathrm{PSpace}$, wann ein Problem „$\mathcal{C}$-hart“ bzw. „$\mathcal{C}$-vollständig“ ist.

Aufgabe 1

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Falls $\mathrm{P} \neq \mathrm{NP}$ gilt, dann auch $\mathrm{P} \cap \mathrm{NP} \neq \emptyset$.

b) Es gibt Probleme, die NP-hart, aber nicht NP-vollständig sind.

c) Polynomielle Reduzierbarkeit ist nicht transitiv.

d) Ist $\mathbf{L}_2 \in \mathrm{P}$ und $\mathbf{L}_1 \leq_p \mathbf{L}_2$, dann ist auch $\mathbf{L}_1 \in \mathrm{P}$.

e) Ist $\mathbf{L}_1$ eine NP-vollständige Sprache und gilt $\mathbf{L}_1 \leq_p \mathbf{L}_2$, dann ist auch $\mathbf{L}_2$ eine NP-vollständige Sprache.

f) Ist $\mathbf{L}_2$ eine NP-vollständige Sprache und gilt $\mathbf{L}_1 \leq_p \mathbf{L}_2$, dann ist auch $\mathbf{L}_1$ eine NP-vollständige Sprache.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass das Wortproblem deterministischer endlicher Automaten in L liegt: ist

$$\mathbf{P}_{\mathsf{DFA}} := \{\, \mathsf{enc}(\mathcal{A})\#\#\,\mathsf{enc}(w) \mid \mathcal{A} \text{ ist ein DFA, der } w \text{ akzeptiert} \,\},$$

dann gilt $\mathbf{P}_{\mathsf{DFA}} \in \mathrm{L}$.

Aufgabe 3

Es sei $\mathbf{L} := \{\, a^n \mid n \in \mathbb{N} \text{ ist keine Primzahl} \,\}$. Zeigen Sie, dass $\mathbf{L} \in \mathrm{NP}$ gilt.

Aufgabe 4

Zeigen Sie: ist $\mathrm{P} = \mathrm{NP}$, dann gibt es einen Algorithmus, der in polynomieller Zeit für jede erfüllbare aussagenlogische Formel eine erfüllende Belegung findet.