



Theoretische Informatik und Logik

10. Übungsblatt

Sommersemester 2017

Die folgenden Aufgaben werden nicht in den Übungen besprochen und dienen der Selbstkontrolle.

Aufgabe IV

Welche der folgenden Aussagen sind wahr? Begründen Sie Ihre Antwort.

- a) Jede Formel in Pränexform ist in Skolemform.
- b) Jede Formel in Skolemform ist in Pränexform.
- c) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel.
- d) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel in Pränexform.
- e) Jede Formel ist äquivalent zu einer bereinigten Formel in Skolemform.

Aufgabe V

Formalisieren Sie die folgenden Aussagen in Prädikatenlogik:

- a) Jeder Drache ist glücklich, wenn alle seine Drachen-Kinder fliegen können.
- b) Grüne Drachen können fliegen.
- c) Ein Drache ist grün, wenn er Kind mindestens eines grünen Drachen ist.
- d) Alle grünen Drachen sind glücklich.

Zeigen Sie, dass die letzte Aussage aus den ersten drei folgt.

Aufgabe 1

Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Formeln eine äquivalente bereinigte Formel in Pränexform.

- a) $\forall x.(p(x, x) \leftrightarrow \neg \exists y.q(x, y))$
- b) $\forall x.p(f(x, x)) \vee (q(x, z) \rightarrow \exists x.p(g(x, y, z)))$
- c) $\forall x.p(x) \wedge (\forall y.\exists x.q(x, g(y)) \rightarrow \exists y.(r(f(y)) \vee \neg q(y, x)))$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie zu jeder der folgenden Formeln eine erfüllbarkeitsäquivalente bereinigte Formel in Skolemform.

- a) $p(x) \vee \exists x. q(x, x) \vee \forall x. p(f(x))$
- b) $\forall x. \exists y. q(f(x), g(y)) \wedge \forall x. (p(x, y, y) \vee q(h(y), x))$
- c) $\forall x. \forall x. (p(x) \leftrightarrow q(x, x)) \vee \exists x. \forall y. (q(x, g(y, z)) \wedge \exists z. q(z, z))$

Aufgabe 3

Gegeben sind die folgenden Formeln in Skolemform.

$$F = \forall x, y, z. p(x, f(y), g(z, x)),$$
$$G = \forall x, y. (p(a, f(a, x, y)) \vee q(b)),$$

wobei a und b Konstanten sind.

- a) Geben Sie die zugehörigen Herbrand-Universen Δ_F und Δ_G an.
- b) Geben Sie je ein Herbrand-Modell an oder begründen Sie, warum kein solches existiert.
- c) Geben Sie die Herbrand-Expansion $HE(F)$ und $HE(G)$ an.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass Allgemeingültigkeit von Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe in Skolemform entscheidbar ist.